

室 裕司 (物性物理 (実験))

固体の中の黄金比

皆さんもテレビや雑誌などで、「黄金比」という言葉を見聞きしたことがあると思います。黄金比とは、 $(1 + \sqrt{5})/2 = 1.6180\dots$ という一見複雑な数値ですが、実は正五角形と密接に関係しています。ギリシャの神殿の建築様式にも用いられていることから、黄金比は紀元前から見いだされています。さらには巻き貝の形などの自然から、モナリザの顔といった芸術にも使用され、人が最も美しいと感じる数字として知られています。実は、固体の中の原子配列にも、この黄金比が現れます。黄金比が現れる固体を「準結晶」と呼んでいます。

ここで簡単に「準」が付く理由を示します。まず結晶では、単位格子という1つの立体が繰り返し(周期的に)並んだ構造をもたねばならず、平面で例えれば1種類のタイルで床を隙間なく敷き詰められる形は三角形、四角形、六角形でなければならず、五角形のタイルでは隙間ができてしまいます。しかし、隙間を埋めるもう1種類のタイルを使えば、うまく敷き詰められます。この代表例がペンローズタイルと言われるものです。図は、いろいろなペンローズタイルを作ることができるwebサイトで作製したもので、あちこちに五角形が現れます。また、図に示した五角形の辺の長さの比も黄金比になっており、2つの菱形(緑と白)の数の比も黄金比になっています。このように、規則性があるにもかかわらず、周期性という結晶(crystal)の定義に当てはまらないことから、「準」結晶(quasicrystal)と名付けられました。

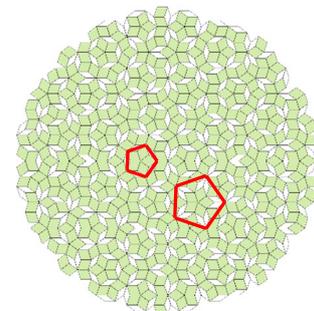


図1 ペンローズタイルリングの例。[こちら](#)で作りました。

図では平面(2次元)での準結晶を示しましたが、実際の物質は立体(3次元)なので、3次元のペンローズタイルリングで形成される構造をもつ物質が実際に存在する準結晶です(少ないですが2次元の準結晶も実在します)。3次元の準結晶も黄金比をもつため、正五角形が潜んでいます。準結晶の構造は、いくつかの多面体が入れ子になったものと見ることもできますが、必ず正20面体と正12面体(図2)が存在します。図を見れば、どちらの正多面体にも正五角形がしっかりと入っています。つまり、これらの正多面体にも黄金比が隠れているわけです。最近、CGの宣伝などで、よく正20面体や正12面体をモチーフにしている例をよく見かけますが、これらが黄金比を内在していることも、多く使用される一因となっていると(私だけかもしれませんが)思っています。準結晶も、黄金比による幾何学的な美しさもあって、1984年の発見以来私を含めて多くの研究者が現在も精力的に研究しています。皆さんに少しでも準結晶に興味を持っていただければ幸いです。

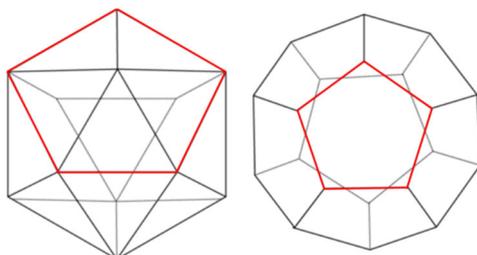


図2 正20面体(左)と正12面体(右)。赤線が正五角形を表しています。